

# PAVIMENTAÇÕES, MATEMÁTICA E ARTE

Marli Regina dos Santos – UNESP/Rio Claro

Claudemir Murari – UNESP/Rio Claro

Maria Aparecida Viggiani Bicudo – UNESP/Rio Claro

## Resumo

Neste trabalho apresentamos o estudo que desenvolvemos junto a um grupo de professores de Matemática e Arte, de quinta a oitava séries do Ensino Fundamental, em um curso de geometria, cujas atividades tiveram como pano de fundo as pavimentações do plano associadas à manipulação de materiais. Buscamos analisar, em nosso estudo, os significados que se mostraram na experiência vivida coletivamente nos encontros. Para tanto, nossa atenção voltou-se para as interações e manifestações ocorridas nesse ambiente. Pretendemos, aqui, apresentar a forma como organizamos os dados coletados – em *cenas significativas* – e expor o movimento realizado para a compreensão do fenômeno focado.

## Abstract

This work we present a study which we developed with a group of Mathematics and Arts teachers, of last series of Fundamental School, in a Geometry course, which tasks had as background the tessellations of plan associated to material manipulation. In our study, we objectify to analyze the meanings that appeared in the collective lived experience in the meetings. So, our attention turned to the interactions and manifestation occurred in this environment. We intend to present the way we have organized the collected data – in *meaning scenes* – and show the movement carried out for the focused phenomenon understanding.

## PAVIMENTAÇÕES: POSSIBILIDADES DE DESENVOLVIMENTO DE UM TRABALHO COM ENFOQUE INTERDISCIPLINAR

Em nossa prática pedagógica junto a alunos do Ensino Básico, pudemos constatar a importância da geometria para o desenvolvimento cognitivo do aprendiz e, também, as dificuldades em abordá-la em nossas aulas. Como aluna do mestrado em Educação Matemática, verificamos que existe uma espécie de “crise” no ensino de geometria relacionada às dificuldades encontradas na efetivação do seu ensino.

Autores, como Perez (1991), Pavanello (1993), Lorenzato (1995) e Gazire (2000), apontam o distanciamento entre a geometria do currículo da licenciatura em Matemática e a do currículo da Educação Básica como sendo um dos fatores que podem contribuir para a configuração desse quadro problemático. Não se interar das possibilidades de exploração da geometria em sala de aula pode levar o professor à desvalorização desse ensino, por não compreender suas complexidades e importância para o aluno.

O movimento de busca pelo resgate do ensino da geometria, por meio de novas estratégias e abordagens educativas, tem direcionado a atenção de pesquisadores e educadores para a elaboração, implementação e análise de alternativas metodológicas que busquem superar as dificuldades encontradas pelo professor, contribuindo com a sua prática.

As pavimentações, tema abordado em nossa pesquisa, têm sido utilizadas por diversos autores (DAFFER & CLEMENS, 1977; GRUNBAUM & SHEPARD, 1987; IMENES & LELLIS, 1987; SILVA, 1997; BARBOSA, 1993; MURARI, 1999; MARTINS, 2003; ALMEIDA, 2003) na elaboração de atividades que buscam promover a ação e interação dos alunos no processo de (re)construção dos conceitos geométricos.

Uma pavimentação do plano é o recobrimento do mesmo por figuras planas, sem sobreposição ou “vazios” entre elas (figura 1).

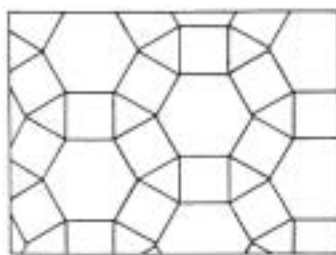


Fig 1: pavimentação do plano por polígonos regulares

O estudo de sua composição e de suas propriedades envolve a análise de diversos aspectos geométricos e o seu caráter artístico tem sido abordado como forma de estimular a criatividade do aluno e envolver a sua participação na criação de *designs*, possibilitando, inclusive, o desenvolvimento de atividades interdisciplinares envolvendo Matemática e Arte, por meio da exploração das idéias geométricas e do contraste das cores.

Em meio às possibilidades das pavimentações para o trabalho pedagógico em geometria, e por considerar que este conteúdo não está – nem deve ser – limitado às aulas de Matemática, elaboramos um curso para professores de Matemática e Arte, de quinta a oitava séries do Ensino Fundamental. Escolhemos esse tema com a finalidade de abordar a geometria em um trabalho com enfoque interdisciplinar envolvendo professores de Matemática e Arte, abrindo, assim, possibilidades de intercalar as diferentes visões sobre a geometria e possibilitar interações entre os modos de concebê-la.

Vislumbramos, no planejamento dos encontros que realizaríamos com os professores-alunos, a possibilidade de criação de um ambiente que proporcionasse momentos de reflexão no qual pudéssemos compartilhar experiências. Acreditávamos que os diálogos e as interações entre os professores-alunos poderiam, de alguma forma, apontar caminhos para melhorias da prática.

Vendo o professor como um produtor de conhecimento sobre sua ação pedagógica e considerando que cada participante, ao estar com os outros em situação de investigação em geometria por meio de uma proposta envolvendo o estudo das pavimentações do plano, manifestaria o sentido da experiência vivida nos encontros, voltamos nossa atenção para a compreensão do se mostrava significativo para os professores-alunos ao vivenciarem esta experiência – incluindo-se aqui as atividades, os materiais, as interações entre os presentes, suas opiniões, questionamentos, angústias, etc.

Dessa forma, nosso estudo avançou em direção à interpretação das manifestações dos sujeitos, por meio da análise das descrições dos encontros, tendo como diretriz a seguinte questão: “*Quais significados os professores de Matemática e de Arte atribuem ao trabalho com pavimentações do plano, envolvendo material manipulativo, em situação de ensino e aprendizagem de geometria?*”.

Sendo nossa preocupação a participação nos encontros em termos do que esta vivência significou para os sujeitos da pesquisa, incluindo-nos, esses significados foram construídos na relação dialógica entre os envolvidos.

A compreensão desses significados

(..) não é simplesmente um procedimento intelectual, pois, para que ela ocorra, é preciso que haja um envolvimento emocional entre falante e ouvinte. Isto é o mesmo que dizer que ao ouvir-se a fala do ser humano está-se, também, ouvindo emissões da existência desse ser.  
(MARTINS e BICUDO, 1989)

Nos encontros, participando com os professores-alunos, estando com eles, trazendo a experiência vivida para a nossa realidade, atentávamos-nos para aspectos relevantes das interações que se davam entre os professores-alunos, pesquisadora e proposta pedagógica. Esta relação de abertura possibilitou-nos uma sintonia intersubjetiva importante para a compreensão dos significados que almejávamos desvelar.

D' Ambrósio (1997, p.153) propõe a ética da diversidade: **respeito** pelo outro com todas as suas diferenças, **solidariedade** com o outro na satisfação de necessidades de sobrevivência e de transcendência e **cooperação** com o outro na preservação do patrimônio natural e cultural comum. Buscando seguir essa proposta e acreditando que ela abre novos horizontes para o trabalho educacional – em nosso estudo, mais especificamente, para o trabalho educacional em geometria – realizamos os encontros com os professores-alunos de Matemática e Arte almejando compreender a experiência vivenciada ao estarmos junto com eles, apresentando, discutindo e explorando atividades em pavimentação do plano para o ensino de geometria nas séries finais do Ensino Fundamental.

## CONTEXTO DA PESQUISA

Participaram dos encontros oito professores de Matemática e quatro professoras de Arte, de quinta a oitavas séries do Ensino Fundamental, de uma Rede Municipal de Ensino do interior de São Paulo.

Foram realizados sete encontros semanais de quatro horas cada, aos sábados de manhã, em uma das escolas da rede. Nesses encontros, além da realização das atividades propostas, havia a explicação e discussão dos conteúdos e das possibilidades dos materiais envolvidos.

Em nosso estudo abordamos os seguintes temas, relacionados às pavimentações do plano:

- as pavimentações por polígonos regulares;
- a visualização de pavimentações em caleidoscópios;
- as pavimentações por tetraminós; e
- as pavimentações aperiódicas de Penrose.

A escolha dos itens citados ocorreu devido à possibilidade de se explorar conteúdos geométricos diversificados em cada um deles. Para a elaboração do material utilizado nos encontros com os professores-alunos, focamos nossa atenção em atividades voltadas para o Ensino Fundamental de quinta a oitavas séries.

No estudo das pavimentações uniformes do plano utilizamos o kit-polígonos. Para visualizar as pavimentações utilizamos caleidoscópios e bases caleidoscópicas. Utilizamos tetraminós coloridos feitos em borracha (e.v.a) estudamos sua composição e trabalhamos atividades relacionadas à área, perímetro e semelhança. Já com as pavimentações de Penrose estudamos a divisão de segmentos, a razão áurea e a construção do segmento áureo.

No que se refere aos encontros, buscamos estabelecer um ambiente de confiança, no qual os professores-alunos ficassem à vontade para expressar suas dúvidas e expor suas vivências de sala de aula. Um espaço que possibilitasse momentos de trocas de experiências, planejamento, discussões e aprendizados por meio do apoio mútuo e baseados no respeito aos participantes e suas crenças, buscando oferecer aos professores-alunos elementos que pudessem desencadear reflexões sobre um trabalho interdisciplinar.

## REGISTRO E ANÁLISE DOS DADOS

Para coletar os dados, utilizamos a filmadora como recurso para a gravação dos encontros com os professores-alunos. Também, fazíamos anotações das interações ocorridas transcrevendo, na medida do possível, a fala dos sujeitos na íntegra e descrevendo o contexto das situações relatadas, buscando não perder ou distorcer o seu sentido original.

Logo após o término de cada encontro, debruçávamos-nos sobre os registros audiovisuais e anotações e elaborávamos a descrição escrita. Retomávamos o registro audiovisual quantas vezes fossem necessárias, a fim de reportar os encontros da forma mais original possível. Considerávamos imprescindível que a transcrição fosse realizada por nós mesmos, já que participamos da experiência dos encontros e víamos no processo de transcrição, por si só, uma análise inicial que seria de fundamental importância para as etapas posteriores.

Notamos que, na passagem das filmagens para o texto escrito, poderíamos não revelar toda a riqueza das interações dos encontros se nos limitássemos à transcrição das falas dos sujeitos. Por este motivo, procuramos dar perspectiva às transcrições das filmagens, relatando as

expressões e gestos dos envolvidos nos diálogos, cuidando para que não incorporássemos idéias estranhas à experiência como vivida. Buscamos detalhar as descrições dos encontros explicitando, inclusive, nossas ações por considerarmos que elas poderiam influenciar o desenvolvimento das atividades e as interações ocorridas.

Após a realização do curso com os professores-alunos, organizamos as descrições com o objetivo de aprofundar nossa compreensão e avançar com nossa interpretação sobre os dados.

Para analisar as interações ocorridas nos encontros com os professores-alunos, lançamos mão dos recursos da fenomenologia. Os procedimentos fenomenológicos almejam uma abordagem interpretativa dos dados, enfatizando a explicitação dos significados. Nessa perspectiva, em um primeiro momento efetuamos a análise *ideográfica*, encaminhando-nos para a *nomotética*. Ou seja, demos, inicialmente, destaque às análises dos individuais, buscando, então, apontar as características estruturantes subjacentes a estes individuais, por meio de um trabalho de redução.

## AS CENAS SIGNIFICATIVAS E O MOVIMENTO DE ANÁLISE

Em nosso estudo, a experiência vivida nos encontros é o pano de fundo das manifestações dos sujeitos. O sentido e os significados que podemos vislumbrar surgem nas interações ali ocorridas. As descrições referem-se às experiências de ensino e de aprendizagem ocorridas junto aos professores-alunos, quando ficamos atentos às falas, opiniões, expectativas, gestos, interações, decepções, dúvidas e questionamentos que emergiram nessa experiência.

Analisar as descrições atentivamente, sob o foco da interrogação, permite que se iluminem aspectos significativos que possibilitam desvelar o fenômeno sob certas perspectivas. Esses aspectos significativos “recortados” das descrições são denominados *unidades de significado*. Essas unidades só existem em relação à atitude e disposição do pesquisador quando ele imerge no mundo das suas descrições.

Na análise ideográfica, o pesquisador busca uma síntese transitória da compreensão do fenômeno por meio da identificação e interpretação dessas unidades que se apresentaram como significativas diante da questão diretriz de seu estudo. Ele busca, nas descrições, manifestações revelatórias pertinentes que possam conduzi-lo para a compreensão do fenômeno, procurando colocar-se na perspectiva dos sujeitos de sua pesquisa, mobilizando seu pensar no sentido de esclarecer a descrição, numa postura que intenta possibilidades de compreender.

Iniciamos a análise realizando diversas leituras das descrições que obtivemos, buscando pelo sentido do todo. Após, as leituras foram mais orientadas. Norteados pela questão diretriz de nossa pesquisa, procuramos pelas *unidades de significado*. Repetíamos e interpretávamos nossa pergunta diretriz, diversas vezes, a fim de clarificar nossas descrições para que pudéssemos encontrar aspectos ou passagens revelatórios.

Porém, enfrentamos a dúvida sobre qual forma iríamos tratar os dados para melhor analisá-los. Considerando a especificidade dos dados coletados, notamos ser inviável buscarmos as unidades significativas nas falas individuais dos sujeitos, pois estas falas estavam inseridas em diálogos que surgiam coletivamente e que adquiriam sentido na complementação com as outras falas. A fragmentação dos diálogos em frases solitárias extinguiria o sentido revelado nas conexões entre as diversas vozes e expressões, pois as manifestações dos sujeitos ocorriam de forma intercalada, repentina e autêntica, formando um núcleo de sentido. Este núcleo perderia suas características essências se fosse desmembrado, e não teria mais a significação original. Percebemos que a análise de cada fala, desconectada do diálogo à qual pertencia, extinguiria seu sentido e prejudicaria a compreensão do fenômeno que focávamos.

Diante destas constatações, notamos que seria necessário delimitar estes núcleos de significação em recortes não restritos a trechos de falas individuais, mas que abrangessem o diálogo que nos revelou uma unidade de sentido. Apresentamos, então, esses recortes na forma de *cenas significativas*.

Detoni & Paulo (2000, p.164) explicam que a *cena* possibilita ao pesquisador ver uma *idéia* sendo própria a uma série de manifestações convergentes para ela [...] Além de ver estas manifestações em cada sujeito, há uma atribuição comum de significados que o grupo todo de

sujeitos intencionados na experiência deixa ressaltar na iminência do intersubjetivo. Cada sujeito articula compreensões que necessitam ser comunicadas *ao outro*. Há, portanto, sempre a experiência da alteridade, que se expressa numa rede comum de significados constituídos.

A determinação das cenas não visa apresentar um encadeamento linear de movimento dos sujeitos, mas possibilitar a compreensão dos sentidos revelados no *cenário* da pesquisa.

Cenário é uma maneira de dizer do todo que motiva a atividade. Percebe-se que os sujeitos numa situação em que nunca estão numa predicativa falam, ou se expressam, como se movendo num todo. Esse todo é aberto: ao outro, aos pré-conhecimentos do mundo cultural de cada um, a todas as experiências passadas que se retomam, e, qual um fluido em gás, aberto como *abertura*, como propensão, na chegada do outro e suas ofertas de significados autênticos compreendidos como coerentemente possíveis nesse todo. (DETONI & PAULO, 2000, p. 150)

Vislumbramos nas cenas uma forma de organizar e apresentar os dados de modo que pudéssemos revelar o sentido percebido na experiência que vivenciamos. Voltamos nossa atenção para as descrições dos encontros, dirigindo-nos em busca das cenas significativas, cuidando para situar o leitor diante do movimento ocorrido no cenário.

Não nos preocupamos em padronizar a extensão de cada cena. Foi privilegiada a garantia de que ela contemplaria as vozes que compõem o diálogo, formando o núcleo de sentido necessário para as análises posteriores.

Após a interpretação das cenas por nós consideradas revelatórias para a compreensão dos significados que se mostraram nos encontros com os professores-alunos de Matemática e Arte, interrogamos os dados novamente na busca de uma compreensão mais aprofundada do fenômeno que focávamos. Analisamos as cenas buscando transcender a compreensão pontual que cada uma nos revelava, encaminhando-nos na direção de um sentido totalizante.

Em cada uma das cenas, e entre elas, víamos similaridades, relacionadas às manifestações ocorridas nos encontros, que as conectavam. Revendo cada uma delas diversas vezes, buscávamos convergências mediante elaboração de asserções que expressassem o sentido que a cena nos revelava, com o intuito de articular nossa compreensão sobre todas elas, buscando pelas idéias gerais que as perpassavam.

## ALGUMAS CONSIDERAÇÕES

Este estudo surgiu a partir de nossa constatação, enquanto professora, da importância da geometria e da dificuldade em ensiná-la. Teve início com a elaboração de uma proposta envolvendo as pavimentações do plano, por meio de um enfoque interdisciplinar Matemática/Arte e buscou pelos significados que emergiram da experiência vivida coletivamente nos encontros por meio da análise das manifestações dos sujeitos.

Adotar uma postura fenomenológica diante dos dados que obtivemos possibilitou-nos direcionar nossos esforços na tentativa de compreender o que se mostrava ao nosso olhar interrogativo guiados apenas por nossa questão diretriz, e não por hipóteses a serem comprovadas.

As interações ocorridas nos encontros revelaram a presença de professores preocupados e dedicados, que buscam abrir possibilidades de modos de ser e que trazem consigo suas expectativas, angústias e ansiedades relacionadas à sua prática.

Analisando a experiência possibilitada pela pesquisa que realizamos, pudemos constatar, na atitude dos professores-alunos, o interesse em conhecer e envolver-se com o tema proposto e com os colegas de outras áreas. Essa atitude exige que se acredite que o outro também pode aderir a uma prática de respeito ao trabalho dos colegas de distintas disciplinas e que é possível estar envolvido em ações coletivas – ou interdisciplinares.

Olhar para a origem de nosso problema e refletir sobre ele também possibilita entendermos que

Somente com a visão do processo cíclico de geração, organização sócio intelectual e difusão do conhecimento e da dinâmica associada, é que podemos nos situar num contexto mais amplo. Podemos transcender nossa existência, avaliando nossa dimensão como indivíduos na realidade cósmica. (D' AMBRÓSIO, 1997, p. 20)

**Palavras Chaves:** pavimentações, matemática, arte

## **BIBLIOGRAFIA**

ALMEIDA, S. T. **Um estudo de pavimentações do plano utilizando caleidoscópios e o software Cabri-Géomètre II.** Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2003.

BARBOSA, R. M. **Descobrendo padrões em mosaicos.** São Paulo: Atual, 1993.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática.** Brasília: MEC/ SEF, 1998.

D' AMBRÓSIO, U **Transdisciplinaridade.** São Paulo: Palas Athena 1997,174 p.

DAFFER, P. G. O.; CLEMENS, R. S. **Geometry:** an investigative approach. Menlo Park: Addison-Wesley, 1977.

DETONI, A. R.; PAULO R. M. **A organização dos dados da pesquisa em cenas.** In: BICUDO, M. A. V. Fenomenologia: confrontos e avanços. São Paulo: Cortez, 2000.

GAZIRE, E. S. **O não resgate das geometrias.** Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2000.

GOUVEIA, F. R. **Um estudo de fractais geométricos através de caleidoscópio e software de geometria dinâmica.** Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2005.

GRÜNBAUM, B.; SHEPHARD, G. C. **Tilings and Patterns.** New York: W. H. Freeman and Company, 1987.

IMENES, L. M.; LELLIS, M. **Geometria dos Mosaicos.** São Paulo: Scipione, 1987.

LORENZATO, S. Por que não ensinar geometria? **Educação Matemática em Revista,** Blumenau, ano 3, n. 4, p. 4 - 13, 1995.

MARTINS, R. A. **Ensino-aprendizagem de geometria:** uma proposta fazendo uso de caleidoscópios, sólidos geométricos e softwares educacionais. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2003.

MARTINS, J. **Um enfoque fenomenológico do currículo:** educação como poíesis. São Paulo: Cortez, 1992.

MARTINS, J.; BICUDO, M. A. V. **A pesquisa qualitativa em psicologia:** fundamentos e recursos básicos. São Paulo: Educ/Moraes, 1988.

MURARI, C. **Ensino-aprendizagem de geometria nas 7ª e 8ª séries via caleidoscópios**. (Doutorado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 1999.

PAVANELLO, R. M. O abandono do ensino de geometria no Brasil: causas e conseqüências. **Zetetiké**, Campinas, n.1, p. 19-49, 1993.

PEREZ, G. **Pressupostos e reflexões teóricas e metodológicas da pesquisa participante no ensino de geometria para as camadas populares**. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade de Campinas, Campinas, 1991.

SILVA, V. C. **Ensino de geometria através de ornamentos**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 1997.

---

Marli Regina dos Santos – E-mail: marliregs@hotmail.com  
Claudemir Murari – E-mail: murari@linkway.com.br  
Maria aparecida Viggiani Bicudo – E-mail: mariabicudo@uol.com.br