

ENSINO-APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA: UMA PROPOSTA DE INTERVENÇÃO EM SALA DE AULA

Prof^a. Dr^a. Renata Cristina Geromel Meneghetti - ICMC/USP- CDCC/USP

Resumo

À luz de um estudo histórico filosófico a respeito da constituição do saber matemático, em Meneghetti (2001), propomos que no processo de elaboração do conhecimento matemático não é possível atribuir maior valor para o aspecto intuitivo ou para o lógico, ou mesmo concebê-los como excludentes, portanto, defendemos que o intuitivo apóia-se no lógico e vice-versa, em níveis cada vez mais elaborados, num processo gradual e dinâmico, tomando a forma de uma espiral. Essas considerações ganham forças quando analisamos as atuais reivindicações para a Filosofia da Matemática que, entre outras colaborações, reconhecem a importância dos aspectos empíricos e intuitivos na constituição do saber matemático (Cf. Hersh (1985), Lakatos (1985), Thom (1985)). Ademais, atualmente diversos trabalhos têm destacado aspectos que conectam Filosofia e História da Matemática com a Educação Matemática, mostrando-nos que tais campos científicos caminham influenciando-se uns aos outros no desenvolvimento do saber matemático [Cf. Thompson (1984), Steiner (1987), Fiorentini (1995), Miguel (1995), Meneghetti & Bicudo (2002), Bicudo & Garnica (2003), Meneghetti (2003)]. Inserida nesse contexto desde 2002 busquei colocar essas idéias em prática ao desenvolver materiais didáticos para o ensino-aprendizagem de matemática (ensino fundamental e médio). Tais atividades ocorreram vinculadas a um projeto institucional mais amplo.¹ Para uma intervenção em sala de aula foram estudados trabalhos efetuados nessa linha de pesquisa (aplicação e análise de materiais didáticos) e também referências que abordam questões didático-pedagógicas. Trata-se de uma pesquisa qualitativa (em fase de aplicação), mais especificamente, um estudo de caso, tendo como referencial as obras Ludke & André (1986) e Pádua (1996).

Abstract

Basing on a philosophical historical study regarding the constitution of the mathematical knowledge, in Meneghetti (2001), we proposed that in the process of elaboration of mathematical knowledge is not possible to attribute larger value to intuitive or logical aspects, or even to conceive them as excluding each other. So, we defend that the intuitive aspect supports the logical aspect and vice-versa, in levels more and more elaborated in a gradual and dynamic process in a spiral form. The considerations presented here get stronger when we analyze claims of the philosophy of mathematics that, among other collaborations, recognize the importance of empirical and intuitive aspects in the constitution of mathematical knowledge (Cf. Hersh (1985), Lakatos (1985), Thom (1985)). Besides, other several works have been emphasizing aspects that connect philosophy and history of mathematics with mathematical education, showing us such scientific fields influencing each other in the development of mathematical knowledge [Cf. Thompson (1984), Steiner (1987), Fiorentini (1995), Miguel (1995), Meneghetti & Bicudo (2002), Bicudo & Garnica (2003), Meneghetti (2003)]. Inserted in this context, since 2002 I have tried to put those ideas in practice, so I have developed didactic materials for teaching and learning of mathematics (to elementary and high school). Such activities happened linked to a wider institutional project.² For a classroom

¹“Instrumentação para o ensino interdisciplinar das Ciências da natureza e da Matemática”, Centro de Difusão Científica e Cultural (CDCC-USP), CNPq/processo n. 550857/01-0.

² "Instrumentation for the interdisciplinary teaching of sciences of nature and mathematics", of the Center of Scientific and Cultural Diffusion (CDCC- USP), CNPq/ 550857/01-0.

intervention works made in this line research and references that approach didactical and pedagogic questions were studied. It is a qualitative research, more specifically, a case study that is being applied and has as theoretical reference Ludke & André (1986) and Pádua (1996).

1-CONSIDERAÇÕES SOBRE O CONHECIMENTO MATEMÁTICO

Ao analisarmos as concepções do conhecimento geral e do conhecimento matemático nas principais correntes filosóficas, de Platão (427-347 a.C.) ao século XIX³, é possível apontar as seguintes considerações:

Filósofos e matemáticos, desde a época de Platão, nem sempre estiveram de acordo quanto à natureza do saber matemático. Antes de Kant (1724-1804), na história da filosofia da matemática é possível obter duas posições:

(i) aqueles que buscaram fundamentar o saber matemático, inteiramente, na razão. Dizemos que nesse grupo há prevalência do aspecto lógico do conhecimento.

(ii) aqueles que buscaram fundamentar o saber matemático, exclusivamente, na intuição ou experiência. Dizemos que nesse grupo é privilegiado o aspecto intuitivo⁴ do conhecimento.

No primeiro grupo estão, por exemplo, o realismo Platônico, o idealismo de Descartes (1596-1650) e o racionalismo de Leibniz (1646-1716). Assim, a característica comum a essas três correntes filosóficas é a valorização, na constituição do saber matemático, da razão em detrimento da intuição sensível.⁵

No segundo grupo podemos destacar os trabalhos Newton (1643-1727), Locke (1621-1704), Berkeley (1685-1753) e Hume (1711-1776). Para esses filósofos a matemática está sujeita à experiência.⁶

Uma posição intermediária aos dois grupos é possível ser verificada em Kant, para o qual todo conhecimento parte da experiência (trata-se aqui do que denominou de sintético); entretanto, o conhecimento deve tornar-se independente da experiência, pois a ciência deve ser universal e necessária (essas são as condições *a priori* do conhecimento).⁷ Há, então, na filosofia kantiana uma tentativa de se considerar, equilibradamente, na constituição do conhecimento, ambos os aspectos: o intuitivo e o lógico. Entretanto, apesar de tal tentativa, depois de Kant a experiência é novamente posta de lado. Foi o que sucedeu também na Filosofia da Matemática, como segue.

No início do século XIX, firmam-se três correntes filosóficas que pretendem dar conta da natureza do conhecimento matemático, a saber, o logicismo, o formalismo e o intuicionismo.

O Logicismo se caracteriza pelo propósito de reduzir a matemática à lógica. O primeiro trabalho, de caráter determinado nesta direção, foi o do matemático alemão Frege (1848-1925), que pretendeu reduzir a aritmética à lógica. A continuidade deste programa deu-se com B. Russell (1872-1970) que apresentou uma postura mais radical, a de reduzir toda a matemática à lógica.⁸

Quanto ao formalismo, o propósito de Hilbert (1862-1943) foi o de unir o método logicista ao método axiomático, pois entendeu o formalismo não somente como um meio de defender tal método, como também uma forma de garantir a consistência nas investigações em matemática.⁹ No

³ Para uma descrição mais detalhada dessas correntes filosóficas ver Meneghetti (2001).

⁴ Embora o termo intuitivo possa tomar diversos significados, neste trabalho esse termo está significando um dos sentidos estabelecidos por Kant, a saber, que o intuitivo é um conhecimento de apreensão imediata, sem intermediário, podendo ser de origem empírica (conhecimento empírico) ou *a priori* (conhecimento que não depende da experiência).

⁵ Cf. Platão (1973, 1989), Bicudo (1998), Cf. Descartes (1989), Cf. Leibniz (1996).

⁶ Cf. Locke (1980), Berkeley (1980), Hume (1980, 1981).

⁷ Assim, para esse filósofo, os juízos científicos, em particular os da matemática, são, pois, de natureza sintética e *a priori*.

⁸ Cf. Frege (1959) e Russell (1903).

⁹ Cf. Hilbert (1927).

cerne do intuicionismo moderno, fundado por Brouwer (1881-1966), a matemática em sua formação abstrata é considerada puramente intuitiva, e independente da lógica. Toda matemática pode ser derivada de séries fundamentais de números naturais por meio de métodos construtivos “intuitivamente claros”.¹⁰

Essas três últimas correntes possuíam como características comuns: (i) o abandono da experiência como fonte de conhecimento; (ii) e o consenso do caráter absoluto do conhecimento matemático (Cf. Silva, 1999). O fato é que, embora essas três correntes tenham tentado fornecer à matemática uma fundamentação sólida, todas falharam em seus propósitos¹¹, e a natureza do saber matemático passou a ser novamente questionada. Procuramos mostrar que tal crise é produto de se considerar os aspectos intuitivo e lógico sempre como excludentes e, portanto, apontamos para a importância de concebê-los como complementares no processo da constituição do conhecimento matemático, sobre esse ponto podemos destacar o desenvolvimento histórico do cálculo, o qual se deu mediante a contribuição (de forma complementar) de ambas correntes filosóficas: o empirismo e o racionalismo.¹²

Com isso, no final de nossa tese de doutorado (Cf. Meneghetti 2001) defendemos que na constituição do saber matemático, não se pode dizer que o intuitivo precede o lógico ou que o lógico precede o intuitivo, tomando apenas um deles uma posição privilegiada, mas que o intuitivo apóia-se no lógico e vice-versa, em níveis cada vez mais elaborados. Ou seja, ambos, intuitivo e lógico, são importantes na constituição do saber matemático, e devem ser considerados equilibradamente. Ademais, o processo pelo qual essa constituição se dá não é estático e sim dinâmico, tomando a forma de uma espiral, sendo necessário haver em cada um dos níveis, dessa espiral, um equilíbrio entre ambos aspectos: lógico e intuitivo.

Tais considerações ganham forças quando analisamos as atuais reivindicações para a Filosofia da Matemática que, entre outras colaborações, reconhecem a importância dos aspectos empíricos e intuitivos na constituição do saber matemático. Nesse sentido, Hersh (1985) afirma que a possibilidade de corrigir erros é, exatamente, dada em confronto com a experiência. Além disso, esse autor, entendendo por “raciocínio intuitivo” (ou “raciocínio informal”) aquele raciocínio em Matemática que depende de uma base implícita do entendimento e no qual lidamos com conceitos e não com símbolos, defende que não devemos negar a existência de uma noção da “prova correta” verificável interpessoalmente a nível intuitivo. Isto ocorre, pois, para Hersh (1985), a verificação de uma prova em matemática, por exemplo, a verificação de uma prova algébrica analítica, como realmente é dada por um matemático, é em primeiro lugar uma parte do raciocínio intuitivo.

Lakatos (1985) considera que a matemática não é radicalmente separada das ciências naturais, nas quais o conhecimento é *a posteriori* e falível. Esse autor vê a matemática como uma ciência “quase-empírica”.¹³ O conhecimento é falível, sendo as afirmações básicas um conjunto especial de teoremas, tradicionalmente, sentenças de observações ou resultados experimentais, e suas regras de inferências podendo ser formuladas com menos precisão. Esse autor sugere que teoremas da matemática informal sejam falsificadores potenciais para teorias formais. Em sua teoria o conhecimento intuitivo é importante para fornecer os tais falsificadores.

Há também a postura de Thom (1985) de que as formas matemáticas embora possuam uma existência que é independente da mente que as consideram e diferente da existência concreta no mundo externo, tal existência sutilmente e profundamente se relaciona a esse mundo.

Ademais, atualmente diversos trabalhos têm destacado aspectos que conectam Filosofia e História da Matemática com a Educação Matemática, mostrando-nos que tais campos científicos caminham influenciando-se uns aos outros no desenvolvimento do saber matemático [Cf. Thompson

¹⁰ Cf. Wilder (1965).

¹¹ Cf. Snapper (1979).

¹² Cf. Meneghetti & Bicudo (2002).

¹³ Uma teoria quase-empírica pode ou não ser empírica. No sentido usual tal teoria será empírica somente se seus teoremas básicos forem afirmações básicas particulares (espaço-temporalmente).

(1984), Steiner (1987), Fiorentini (1995), Miguel (1995), Meneghetti & Bicudo (2002), Bicudo & Garnica (2003)]¹⁴.

Além disso, sobre a questão do equilíbrio defendido na proposta acima é também interessante citarmos o posto por Steiner (1987), o qual ao comentar sobre sua terceira tese, nos diz que em muitos domínios da experiência e pensamento humano, podemos encontrar características dualísticas, indicadas por pares de conceitos convenientemente opostos, tais como: subjetivo e objetivo; *a priori* e *a posteriori*; racionalismo e empirismo; estrutura e processo; mente e corpo, etc. Alguns parecem ser de uma natureza epistemológica geral, e outros parecem ser relacionados com domínios específicos. Ao fazer tal comentário, esse autor ressalta a importância da complementaridade, citando respectivamente G. BACHELARD (1977) e Hilton (1977): “(...) de uma maneira muito geral **os obstáculos da formação de uma mente científica, sempre aparecem em pares**.(. . .)”¹⁵.

“Será argumentado que muitas das dicotomias prevalecentes (ou seja, dizer que dois conceitos estabelecidos em oposição, um ao outro, não formam parte um do outro) são falsas; que, enquanto os dois conceitos num exame detalhado são diferentes, eles têm um envoltório essencial, e que, quando propriamente entendidos e aplicados, podem, de fato, mutuamente reforçarem-se”¹⁶.

2-DESENVOLVIMENTO PRÁTICO DAS CONSIDERAÇÕES TEÓRICAS

2.1- INTRODUÇÃO

Desde o início de 2002, tenho trabalhado junto ao projeto institucional: “INSTRUMENTAÇÃO PARA O ENSINO INTERDISCIPLINAR DAS CIÊNCIAS DA NATUREZA E DA MATEMÁTICA”, do Centro de Difusão Científica e Cultural (CDCC)¹⁷ da USP de São Carlos. O objetivo geral é o de desenvolver, produzir e divulgar materiais didáticos adequados às novas diretrizes curriculares para o Ensino Médio das Ciências da Natureza, Matemática e suas tecnologias, colaborando com a formação inicial e continuada de professores de Biologia, Física, Química e Matemática. Neste contexto insere-se um grupo de matemática (formado por dois professores universitários¹⁸, professores da rede pública e alunos do curso de licenciatura em matemática¹⁹), que, mediante discussões e reflexões a respeito de problemas pertinentes ao ensino e aprendizagem de matemática, pretende desenvolver materiais alternativos, para o ensino fundamental e médio de matemática, através da elaboração de atividades, na maioria das vezes, utilizando materiais experimentais, que proporcionem a construção por parte dos alunos dos conceitos envolvidos.

O passo inicial consistiu no levantamento de temas (que apresentavam maiores dificuldades de ensino) junto aos professores da rede (integrantes do grupo). Mediante discussões, decidiu-se

¹⁴ Em Menghetti (2003b) o leitor encontrará uma descrição dos trabalhos aqui mencionados com respeito à influência da Filosofia da Matemática na Filosofia da Educação Matemática.

¹⁵ Bachelard (1977), apud Steiner (1987), p.11, trad. e negrito meus.

¹⁶ Hilton (1977), apud Steiner (1987), p.11, trad. minha.

¹⁷ CNPq/processo n. 550857/01-0.

¹⁸ Prof^a. Dr^a. Renata C. Geromel Meneghetti ICMC-USP São Carlos e Prof. Dr. Pedro L. Ap. Malagutti – Departamento de Matemática da Universidade Federal de São Carlos.

¹⁹ Nesse grupo inclui-se meu aluno de Iniciação Científica Augusto César Assis Nunes - bolsista FAPESP-processo n.02/03046-7.

iniciar a elaboração de materiais didáticos compreendendo os tópicos: números inteiros, números racionais e geometria.

2.2 DA FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA DOS MATERIAIS

Em primeiro lugar concordo com a afirmação de Kant de que conhecer é uma função ativa do sujeito e que não podemos conhecer, com necessidade e universalidade, portanto *a priori*, a não ser que nosso próprio espírito crie segundo seus níveis, e que, portanto, "(...) a razão só entende aquilo que produz segundo os seus próprios planos; (...)".²⁰ Assim o conhecimento matemático, na filosofia kantiana, é um conhecimento que se estabelece por construção de conceitos.²¹

Embora Kant tenha defendido que a experiência por si só não é suficiente para fundamentar o conhecimento, ele também reconheceu que "(...) estas condições subjetivas são, no entanto, substanciais na determinação da forma do objeto enquanto fenômeno."²² Para esse filósofo, no processo de constituição do conhecimento, um objeto nos pode ser dado apenas por meio da *sensibilidade* que diz respeito à "(...) capacidade de receber representações (receptividade), graças à maneira como somos afetados pelos objetos".²³

Desta forma, seguindo uma abordagem construtivista, acreditamos que sempre que possível torna-se importante aproximar o conhecimento matemático de situações concretas, experimentais, reais, tudo em prol da compreensão por parte do aluno do conhecimento matemático envolvido. No construtivismo, estas aproximações com situações concretas ou experimentais devem se dar mediante uma ação interativa do homem com o meio ambiente e/ou com atividades (representar por imagens, comparar, manipular objetos, desenhar, usar, construir a partir do erro). Nessa linha o conhecimento é concebido em estado de constante evolução e adaptação. Acreditamos, portanto, que no processo de elaboração do conhecimento, experimentos matemáticos, quando bem elaborados, poderão estar servindo como uma âncora para a criação de significados dos objetos matemáticos neles envolvidos.

Portanto, na fase da elaboração dos materiais, buscou-se desenvolvê-los por meio de atividades experimentais ou em forma de jogos, que proporcionassem a construção por parte dos alunos dos conceitos envolvidos. Além disso, buscou-se também adotar os pressupostos defendidos por Meneghetti (2001), a saber, de que o conhecimento matemático, em sua constituição, deva se dar mediante um equilíbrio entre os aspectos lógico e intuitivo, em níveis cada vez mais elaborados, e o processo pelo qual essa constituição se dá não é estático e sim dinâmico, tomando a forma de uma espiral, sendo necessário haver em cada um dos níveis dessa espiral um equilíbrio entre os aspectos lógico e intuitivo.

Desta forma, seguindo uma abordagem em espiral, buscou-se desenvolver os temas segundo três níveis: elaboração de conceitos, consolidação dos conceitos e expansão dos conceitos. Em cada um desses níveis buscou-se pelo equilíbrio entre os aspectos lógico e intuitivo do conhecimento.

A questão dos níveis se justifica também do ponto de vista cognitivo. Considerando conceitos como generalizações, Vygotsky (1991b) argumenta que à medida que o intelecto da criança se desenvolve, velhas generalizações são substituídas por generalizações de tipos cada vez mais elevadas – processo que leva à formação dos ‘verdadeiros conceitos’. A aquisição de conceitos novos e mais elevados transforma o significado dos conceitos inferiores. Uma vez que já tenha sido

²⁰ Kant (1997), Prefácio 2ª edição, p.18.

²¹ Cf. Meneghetti (2001, 2004).

²² O fenômeno é o objeto indeterminado de uma intuição empírica e é constituído de dois elementos: (i) a *matéria* (elemento físico) ou o conteúdo, que significa algo que se encontra no espaço e no tempo e que, por conseguinte, contém uma existência e corresponde à sensação²²; e (ii) a *forma* da intuição, a qual possibilita que o diverso do fenômeno possa ser ordenado segundo determinadas relações.

²³ Ibid., pp. 60- 62.

incorporada em seu pensamento, a nova estrutura conceitual gradualmente expande os conceitos mais antigos, à medida que estes se inserem nas operações intelectuais de tipo mais elevado. Considerando cada conceito como uma generalização, esse autor ainda coloca que a relação entre conceitos é uma relação de generalidade.²⁴ Ainda acrescentamos a importância dos conceitos espontâneos no processo de ensino-aprendizagem, pois, de acordo com esse último autor, é preciso que o desenvolvimento de um conceito espontâneo tenha alcançado um certo nível para que a criança possa absorver um conceito científico correlato. Uma forma de se trabalhar os conceitos espontâneos é através de jogos ou situações experimentais. Para Vygotsky(1991b), ao jogar as crianças trabalham de maneira deliberada e inconsciente com conceitos matemáticos espontâneos, adquirindo experiência e possibilitando que os conceitos matemáticos científicos correlatos encontrem uma estrutura cognitiva suficientemente preparada para se desenvolver.

3- SOBRE A METODOLOGIA EMPREGADA

3.1 FASE DE ELABORAÇÃO DO MATERIAL

É sabido, mediante experiência que o ensino direto de conceitos é impossível e infrutífero²⁵, o mesmo pode se dizer com respeito à introdução de propostas alternativas, de âmbito geral ou tecnológico, sem uma fundamentação teórica/metodológica adequada. Muitas vezes o uso de recursos didáticos não familiares ao educador provoca resistências para sua adoção. Sem compreender a concepção de ensino-aprendizagem e identificar a ideologia subjacente às novas propostas curriculares o professor não constrói significados que permitem sua identificação com seus pressupostos e, portanto, dificilmente as novas orientações modificam sua prática docente. Uma maneira de minimizar esse fator de resistência para a adoção e difusão de propostas inovadoras na educação é envolver os professores na fase de concepção do projeto, estratégia que utilizamos²⁶, o que acreditamos possa contribuir para possibilitar uma maior identificação dos professores com os materiais didáticos elaborados, bem nos proporcionar um vínculo, mesmo que indireto, com a problemática do ensino e aprendizagem de matemática em sala de aula.

Vale a pena, nesse momento, apresentar o seguinte relato de uma professora integrante do grupo:

“Foi com muita alegria que aceitei o convite para trabalhar nesse projeto, que vem ao encontro de uma metodologia de ensino que gosto e acredito, a construção do conhecimento pelo próprio aluno, através de atividades propostas e dirigidas pelo professor. Qual o objetivo de construir materiais educacionais, senão o de motivar o aluno para a aprendizagem, e tornar os conteúdos matemáticos mais significativos? Essa não é uma tarefa muito fácil. Nós professores temos muito que pesquisar e aprender para podermos aplicar atividades que alcancem esse objetivo. Para isso é necessário muito tempo de pesquisa, acesso a diversos materiais, tempo de construção dos jogos, gasto com esses materiais, e etc. Tendo sempre em mente as dificuldades encontradas por nós professores, principalmente os da rede estadual, em sala de aula, os materiais até então propostos são em geral simples para serem aplicados, e contemplam as maiores dificuldades dos alunos, sejam eles do ensino fundamental ou médio”.²⁷

²⁴ Cf. Vygotsky (1991), pp. 71,72 e 95.

²⁵ Cf. Vygotsky (1991), p.72.

²⁶ Vide descrição da composição do grupo na página 5 deste trabalho.

²⁷ Depoimento da professora Liza apresentado em 19.09.02. A professora em questão leciona em uma escola

3.2 FASE DE APLICAÇÃO DO MATERIAL

Segundo Ernest (1991) o conhecimento subjetivo refere-se à criação pessoal do indivíduo. Para esse autor há dois aspectos chaves na construção de conhecimentos subjetivos, a saber: (a) uma construção ativa do conhecimento, normalmente de conceitos e hipóteses, com base nas experiências e conceitos prévios do indivíduo. Tal construção proporciona uma base para sua compreensão e serve como guia para as ações futuras; (b) um papel essencial desempenhado pela experiência na interação com os mundos físico e social. A experiência proporciona um conflito entre os resultados pretendidos e percebidos, o que leva a uma reestruturação do conhecimento, para proporcionar seu ajuste com a experiência. Já o conhecimento objetivo, para esse autor, é um conhecimento social, ou seja, ele deve ser socialmente aceito.

Ainda de acordo com esse último autor, o conhecimento subjetivo relaciona-se com o conhecimento objetivo por meio de um ciclo criativo, através do qual cada um contribui para a renovação do outro. Nesse ciclo, o conhecimento matemático subjetivo, após um minucioso exame intersubjetivo, reformulação e aceitação, seguindo a heurística de Lakatos (1976)²⁸, tornar-se conhecimento objetivo. O conhecimento objetivo, por sua vez, é internalizado e reconstruído individualmente durante o aprendizado, tornando-se conhecimento subjetivo individual. Utilizando esse conhecimento, o indivíduo cria e publica novos conceitos, completando, desse modo, o ciclo.

O objetivo desta fase é aplicar, em sala de aula, os materiais didáticos elaborados buscando trabalhar efetivamente, com os alunos, ambos os aspectos do conhecimento: o subjetivo e o objetivo (de acordo com a colocação do parágrafo precedente).²⁹ Além disso, e, pretende-se também avaliar os elementos da estruturação do material, a saber, a questão do equilíbrio entre os aspectos intuitivo e lógico e a organização das atividades em forma de espiral. Essa fase, embora ainda esteja sendo implementada, é composta das seguintes etapas: (i) realização de contato com escolas do ensino fundamental para apresentar a proposta e negociação da aplicação; (ii) um diagnóstico inicial para verificar os conhecimentos prévios dos alunos com respeito ao conteúdo a ser trabalhado; (iii) aplicação do material; (iv) efetuação de um novo diagnóstico e (v) avaliação da aplicação do material.

O diagnóstico inicial teve por objetivo obter elementos no que diz respeito aos conceitos prévios alunos. Julgamos importante essa etapa, pois como coloca Ballonga(1999)³⁰ iniciar uma situação de ensino/aprendizagem sem partir dos conhecimentos prévios dos alunos, suas necessidades, atitudes e motivações, pode levar a situações de incompreensão e aprendizagens deficientes, difíceis de corrigir mais tarde. Ainda sobre esse ponto Mauri (2003)³¹ coloca que os conhecimentos que o aluno possui não devem ser visto como um obstáculo para a aprendizagem, mas um requisito indispensável para ela, a compreensão da realidade é um processo gradual, que ocorre simultaneamente ao enriquecimento desses conhecimentos prévios.

do ensino médio da rede pública e também no ensino fundamental de uma cooperativa educacional, ambas localizadas em São Carlos.

²⁸ Lembramos que Lakatos classifica a matemática como uma ciência *quase-empírica*, onde o conhecimento é *a posteriori* e falível. Por um processo de conjecturas e refutação de assuntos ainda indeterminados vai-se buscando princípios básicos como resultado de especulações audaciosas que tem sobrevivido a testes e críticas severas. (Cf. Lakatos, 1985).

²⁹ A aplicação está sendo efetuada pelo graduando Augusto César Assis Nunes, aluno do curso de licenciatura matemática da USP-São Carlos, vinculado ao projeto de Iniciação Científica: 'O Construtivismo na Educação Matemática: em busca de compreensão, financiado pela FAPESP processo n. 02/03046-7, sob a orientação da autora desse texto.

³⁰ In Zabala (1999).

³¹ In Coll at all, 2003.

Ao aplicarmos o material estamos levando em consideração as colocações de Onrubia (2003)³² o qual nos diz que se deve estabelecer na sala de aula um clima de relacionamento afetivo e emocional baseado na confiança, na segurança e na aceitação mútuas, em que caibam a curiosidade, a capacidade de surpresa e o interesse pelo conhecimento em si mesmo. Para tal, julgamos importante estabelecer o que Cabral (1992) denomina *contrato de trabalho* “como um conceito pedagógico incluindo o de contrato didático que se refere especialmente à operação de ensino”.³³ Ainda acrescenta essa autora que:

“É no contrato didático que se definem as negociações que ocorrem entre as partes, professor e alunos, ao redor do conteúdo matemático: o que deve ser tematizado, como deve ser abordado, de que maneira deve ser cobrado e, efetivamente, o que deve ser cobrado. Em nosso conceito de contrato de trabalho, diremos que, além da negociação do conteúdo didático, ocorrem negociações do conteúdo pedagógico. É aí que fica definida a relação professor-aluno que se estabelece em sala de aula. Assim, estamos de posse de uma ferramenta eficaz e transparente, que nos permite ver o funcionamento de qualquer sala de aula”.³⁴

Ademais as atividades estão sendo realizadas em grupo, pois concordamos com Mauri (2003)³⁵ a atividade desenvolvida pelo aluno na construção dos conhecimentos não pode ser realizada de maneira solitária. O aluno precisa do auxílio de outros, que o ajudem no processo de representação ou atribuição de significados. Além disso, o trabalho em grupos torna-se importante na medida em que nos permite trabalhar a *zona de desenvolvimento proximal*, que, de acordo com Vygotsky (1991), consiste na zona de discrepância entre o nível de desenvolvimento real, que se costuma determinar através da solução independente de problemas, e o nível de desenvolvimento potencial (nível que a criança atinge ao resolver problemas com o auxílio de outras pessoas). Acredita-se, conforme coloca esse autor, que tudo o que as crianças são capazes de fazer hoje, com o auxílio de outros, serão capazes de fazer sozinhas amanhã.

Na fase de diagnóstico final pretendemos aplicar praticamente as mesmas atividades realizadas no diagnóstico inicial, o que servirá de parâmetro para avaliarmos a aplicação do material. Sobre isso nos diz Coll (2003)³⁶ que é interessante determinar, mesmo que de forma parcial e aproximativa, até que ponto e em que grau é significativa a aprendizagem realizada pelos alunos em determinado momento, porém esse autor ainda nos alerta que não deveríamos perder de vista que só com o passar do tempo sua verdadeira potencialidade costuma manifestar-se. Ao inserir-se em redes mais amplas e complexas, os significados construídos sobre conteúdos escolares estão sujeitos a uma revisão quase permanente. Às vezes, essa revisão será produzida pela incorporação de novos significados, fruto de aprendizagens posteriores, que ampliarão, enriquecerão ou entrarão em contradição com os significados previamente construídos. Outras vezes, será simplesmente o resultado do estabelecimento de novas conexões entre significados já existentes, o que pode levar a uma reorganização mais ou menos ampla dos mesmos.

A intervenção também se caracteriza como um estudo de caso (Pádua, 1996), na medida em que estamos considerando o desenvolvimento de uma unidade social como um todo. O pesquisador está sendo colocado no papel de professor, desempenhando o papel de orientador nas situações de aprendizagem sempre buscando assumir uma postura construtivista, no sentido de transferir para o estudante a responsabilidade na construção do conhecimento.

³² In Coll et al., 2003.

³³ Linardi, 1998, p.166, apud Cabral, 1992.

³⁴ Linardi, 1998, p.166, apud Cabral, 1992.

³⁵ In Coll et al., 2003.

³⁶ In Coll et al., 2003.

A aplicação está sendo registrada por meio de um diário de pesquisa que esta sendo elaborado pelo professor (interventor) e por dois observadores³⁷, pretende-se, com isso, fazer o levantamento de dados, os quais, após uma fase de análise e interpretação, nos permitirá avaliar nossos objetos de pesquisa (materiais didáticos), no processo de ensino-aprendizagem de matemática. No que diz respeito à coleta e interpretação essa pesquisa se baseará nos trabalhos Ludke & André (1986) e Pádua(1996).

palavras chaves: Filosofia da Matemática e Educação Matemática

BIBLIOGRAFIA:

- BERKELEY, G. *The Principles of Human Knowledge*. Enciclopédia Britânica ‘Great Books’, 1980.
- BICUDO, I. *Platão e a Matemática*. Revista Letras Clássicas, n.2, pp.301-315, 1998.
- BICUDO, M. AP. & GARNICA, A.V. M. *A Filosofia da Matemática e sua constituição multifacetada: apontamentos sobre algumas de suas questões geradoras*, in Bicudo, Maria Ap. V. (org.) *Filosofia da Educação Matemática: concepções e movimento*, Brasília: Plano Editora, 2003.
- COLL, C at all *O Construtivismo na sala de aula*, trad. Cláudia Schilling, Ed. Ática, São Paulo, 2003.
- DESCARTES, R. *Discurso do Método*. Trad. E. M. Marcelina. Comentários D.Huiman. Editora Ática, 1989b.
- ERNEST, P. *The Philosophy of Mathematics Education*, Bristol: The Farmer Press, 1991.
- FIorentini, D. *Alguns Modos de Ver e Conceber o Ensino da Matemática no Brasil*, Revista Zetetiké, ano 3, n.4, 1995.
- FREGE, G. *The Foundations of Arithmetic*. English Translation by J. L. Austin. M.A- Basil Blackwell- Oxford, 1959.
- HERSH, R. *Some Proposals for Reviving the Philosophy of Mathematics* In: Tymoczko New Directions in the Philosophy of Mathematics” Birkhäuser, 1985.
- HILBERT (1927). *The Foundations of Mathematics*. In: Heijenoort, V. *From Frege to Gödel: A Source Book Mathematical logic 1879-1931*. Harvard University Press, Cambridge, Madschutts, 1971, pp. 464-479.
- HUME, D. *Tratado de la Natureza Humana*. Editora Nacional, Madrid, edição preparada por Felix Duque, 1981.
- HUME, D. *An Enquiry Concerning Human Understanding*. Enciclopédia Britânica ‘Great Books’, 1980.

³⁷ Esse papel está sendo desempenhado por dois alunos do curso de Licenciatura em Matemática (ICMC-USP). Tal atividade está vinculada à disciplina “Prática de Ensino” ministrada pela autora desse texto.

- KANT, I. *Crítica da Razão Pura*. Trad. M. P. Santos e A. F. Morujão. Introdução e notas de A. F. Morujão. Fundação Caloute Gulbenkian, Lisboa, 4a edição, 1997.
- LAKATOS, I. *A Renaissance of Empiricism in the Recent Philosophy of Mathematics* In: Tymoczko New Directions in the Philosophy of Mathematics” Birkhäuser, 1985.
- LEIBNIZ, G. W. *Novos Ensaios Sobre o Entendimento Humano*. Trad. Luiz João Baraúna, Coleção “Os Pensadores” Editora Nova Cultural Ltda, 1996.
- LINARDI, Patrícia R. “Quatro Jogos para Números Inteiros: uma análise” – Dissertação de mestrado- Programa de Pós-graduação em Educação Matemática – IGCE – UNESP – Rio Claro, 1998
- LOCKE, J. *An Essay Concerning Human Understanding*. Enciclopédia Britânica ‘Great Books’, 1980.
- LUDKE, M., ANDRÉ, M.E.D.A. *Pesquisa em Educação: abordagens qualitativas*, São Paulo: EPU, 1986.
- MENEGHETTI, R.C.G., *O Intuitivo e o Lógico no Conhecimento Matemático: Uma análise a luz da história e da filosofia da matemática*, tese de doutorado em Educação Matemática, orientador: Prof. Dr. Irineu Bicudo, UNESP- IGCE- Rio Claro/SP, 2001.
- _____. *O Conhecimento Matemático em Kant*, in anais VII ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, IM/UFRJ, Rio de Janeiro, 19 a 23 de julho de 2001b (GT: Filosofia da Educação Matemática).
- _____. *LOGICISMO, FORMALISMO E INTUICIONISMO: análise de seus pressupostos* in anais VII Encontro Nacional de Educação Matemática, IM/UFRJ, Rio de Janeiro, 19 a 23 de julho de 2001c (GT: História da Matemática).
- _____. *Influências da Filosofia da Matemática na Filosofia da Educação Matemática*, in anais (cd-rom) XI CIAEM- Conferencia Interamericana de Edcación Matemática- FURB- Universidade Regional de Blumenau- de 13 a 17 de julho de 2003b- Blumenau- SC.
- _____. *Matemática e Intuição na Crítica da Razão Pura*, trabalho a ser apresentado no IV ENCUESTRO DE FILOSOFIA E HISTORIA DE LA CIENCIA DEL CONO SUR –Buenos Aires- Argentina, 17-20 de março de 2004.
- MENEGHETTI, R.C.G. & BICUDO, I. *O que a História do Desenvolvimento do Cálculo pode nos ensinar quanto questionamos o saber matemático, seu ensino e seus fundamentos*, REVISTA BRASILEIRA DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA: AN INTERNATIONAL JOURNAL on the History of Mathematics (ISSN 1519-955X), no 3, abril de 2002, pp. 103-117.
- _____. *Uma discussão sobre a Constituição do Saber Matemático e seus Reflexos na Educação Matemática*, BOLEMA- Boletim de Educação Matemática(ISSN 0103- 636X), no 19- ano 16- 2003, pp. 58-72.

- MIGUEL, A. *A Constituição do paradigma do Formalismo Pedagógico Clássico em Educação Matemática*, Revista Zetetiké, ano3, n.3/1995, pp.7-39.
- PÁDUA, E.M.M. de. *Metodologia da Pesquisa: abordagem teórico-prática*, Campinas, SP: Papirus, 1996.
- PLATÃO. *A República*. Intr. e nota R. Baccou. Trad. J.Guinsburg. São Paulo, Difusão Européia do Livro, 1973.
- PLATÃO. *A República*. Livro VII. São Paulo: Editora Universidade de Brasília/Ática, 1989.
- RUSSELL, B. *Principles of Mathematics*. Cambridge University Press, Cambridge, 1903.
- SILVA, J.J. *Filosofia da Matemática e Filosofia da Educação Matemática* In: Pesquisa em Educação Matemática: Concepções e Perspectivas- São Paulo, editora UNESP, 1999, pp. 45-58.
- SNAPPER, E. The Three Crises in Mathematics: Logicism, Intuicionism and Formalism. *Math. Mag.* vol. 52, n.4, September 1979, pp.207-216.
- STEINER, H.J. (1987) *Philosophical and Epistemological Aspects of Mathematics and their Interaction with Theory and Practice in Mathematics Education*, For the Learning of Mathematics 7, 1 (February 1987), FLM Publishing Association, Montreal, Quebec, Canada.
- TILES, M. *Mathematics and the Image of Reason*. Routledge, London and New York, 1991.
- THOM, R. *Modern Mathematics: an educational and philosophic error?* In: Tymoczko New Directions in the Philosophy of Mathematics” Birkhäuser, 1985.
- THOMPSON, A.G. (1984) *The Relationship of Teachers’ Conceptions of Mathematics and Mathematics Teaching to instructional Practice*, Education Studies in Mathematics 15, pp. 105-107.
- VYGOTSKY, L.S. *A Formação Social da Mente*, Editora Martins Fontes, São Paulo-SP, 1991.
- ZABALA, A. (org.) *Como trabalhar os conteúdos procedimentais em aula*, trad. Ernani Rosa, Artmed, Porto Alegre, 1999.
- WHITEHEAD, A.N. and Russell, B. *Principia Mathematica*. In: HEIJENOORT, V.: From Frege to Gödel: A Source Book Mathematical logic 1879-1931. Havard University Press, Cambridge, Madschutts, 1971.
- WILDER, R.L. *Introdution to The Foudations of Mathematics*. Second edition, Wiley International Edition- John Wiley & Sons. Inc. New York- London- Sydney, 1965.
- Renata Cristina Geromel Meneghetti
E-mail: rcgm@icmc.usp.br