

# A MATEMÁTICA EM PESQUISAS QUANTITATIVAS E QUALITATIVAS

Tânia Baier, Msc. – Universidade Regional de Blumenau

## Resumo

No presente trabalho são focados alguns aspectos de diferentes ramos da Matemática, a ciência sustentadora do arcabouço científico, sendo destacada a sua utilização na elaboração de pesquisas quantitativas e qualitativas.

## Abstract

This paper presents some aspects from different branches of Mathematics, which is the supporter science of scientific framework, being stressed its usage in the development of quantitative and qualitative researches.

Nas origens da ciência moderna ocidental, a proposta galileana estabelece que a ciência deve focar, como propriedades essenciais dos corpos materiais, aquelas que podem ser quantificadas, sendo enfatizada a importância das observações científicas serem expressas em uma linguagem matemática precisa. Galileu Galilei (1564 - 1642) utiliza de modo sistemático o método experimental, procurando verificar, por meio de repetidas experiências, como os movimentos ocorrem. Para Galileu, a natureza se comporta de acordo com leis matemáticas e a ciência deve se restringir ao estudo de formas, quantidades e movimentos de corpos, os quais podem ser medidos. As propriedades dos corpos investigadas por Galileu são aquelas passíveis de descrição com a Matemática disponível em sua época, originária nas antigas civilizações que se desenvolveram nas regiões do Mediterrâneo, cujas criações geométricas são sintetizadas por Euclides. Desse modo, Galileu associa o espaço físico ao espaço geométrico euclidiano, despojado de cores, afetos, odores e sabores.

Galileu afirma que o rigor da pesquisa científica reside na possibilidade de verificação experimental e na utilização da linguagem matemática para descrever os fenômenos da natureza. *“Devemos a Galileu o moderno espírito científico na forma de uma harmonia entre experiência e teoria. Ele fundou a mecânica dos corpos em queda livre, lançou os fundamentos da dinâmica em geral, e sobre esses fundamentos mais tarde Newton foi capaz de construir uma ciência”* (EVES, 1997, p. 355).

Com a proposta galileana fica instituída uma nova maneira de abordar os fenômenos da natureza. Desde então, uma nova postura diante do mundo é colocada e o conhecimento passa a ser construído pela repetição sistemática de experiências, pela busca de medidas precisas e pela elaboração de leis imutáveis. *“Os dois aspectos pioneiros do trabalho de Galileu – a abordagem empírica e o uso de uma descrição matemática da natureza – tornaram-se as características dominantes da ciência no século XVII e subsistiram como importantes critérios das teorias científicas até hoje”* (CAPRA, 2000, p. 50).

Pesquisar, para a ciência ocidental moderna, significa reduzir as observações às relações quantitativas, eliminando todas as qualidades sensíveis. Desse modo, o mundo da ciência se afasta do mundo onde vivemos, amamos e sofremos, substituindo-o por fórmulas geométricas.

René Descartes (1596 - 1650) consolida a proposta de Galileu, buscando na Matemática a linguagem para o conhecimento científico, rejeitando as qualidades do objeto pesquisado, qualidades essas obtidas pelas sensações do corpo. Na época de Descartes, quando impera a arte barroca e com o desenvolvimento das corporações de artesãos, construíram-se em larga escala animais e bonecos dotados de movimento por meios mecânicos, tais como os relógios-cuco que são fabricados até hoje. *“Os mecanismos de relojoaria foram amplamente utilizados para a construção de maquinários artísticos ‘semelhantes à vida’, que deleitavam as pessoas com a magia de seus movimentos aparentemente espontâneos. A semelhança da*

maioria de seus conterrâneos, Descartes estava fascinado por esses autômatos, e achou natural comparar o seu funcionamento com o dos organismos vivos” (CAPRA, 1998, p. 67). Ele estabelece uma visão mecanicista da realidade, em que os animais e o corpo humano são concebidos como máquinas, instaurando no pensamento ocidental uma visão de mundo, tanto entre cientistas como no entendimento das populações: o modelo mecanicista cartesiano.

Constata Merleau-Ponty que “no século XVII havia coincidência entre o interesse pelo autômato e pela perspectiva. O que impressionava nesta, tal como no autômato, é que ela dava a ilusão de realidade. Mas há má-fé nesse interesse. Divertem-se fazendo nascer um fenômeno de vida e negam que esse fenômeno remeta a um fenômeno autêntico, quando na verdade ele só interessa na medida em que é imitação da vida” (MERLEAU-PONTY, 2000, p. 270).

Na visão de mundo cartesiana, o universo é concebido como sendo uma imensa máquina composta por objetos completamente separados do observador que os investiga. Nessa postura, os objetos são reduzidos aos seus componentes fundamentais, cujas propriedades determinam todos os fenômenos naturais. Essa concepção de Natureza, que pode ser descrita pela metáfora da máquina, é também adotada para o entendimento dos organismos vivos, considerados mecanismos cujo funcionamento acontece pela interação de suas partes componentes.

A concordância, entre pesquisadores, em aceitar o método cartesiano como sendo o único método que fornece princípios científicos acontece com o sucesso obtido por Isaac Newton (1642 - 1727). Em sua obra, *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*, Newton sistematiza a dinâmica estabelecendo um conjunto de definições e axiomas que são inter-relacionados, representando cada conceito físico por um símbolo matemático e relacionando-os em equações matemáticas. Desse modo, os movimentos dos corpos, sejam eles grandes corpos celestes ou pequenas partículas, sob influência das forças que sobre eles atuam, são soluções das equações de movimento. Na proposta newtoniana, sendo conhecidas as posições e as velocidades das partículas em qualquer instante e conhecendo-se como calcular as forças entre elas, as leis de movimento são usadas para calcular posições e velocidades em qualquer instante. Utilizando a mecânica de Newton, pesquisadores descobrem corpos celestes desconhecidos, por meio de cálculos, sem que seu olhar levantasse do papel. A descoberta do planeta Netuno consagra o poder de previsão do sistema newtoniano. A mecânica newtoniana possibilita a previsão de eclipses solares e lunares, o cálculo de órbitas e massas de planetas e, na atualidade, o cálculo de órbitas de satélites artificiais e movimento de naves espaciais.

Newton cria uma nova área da Matemática, atualmente denominada *cálculo diferencial e integral*, e o sucesso do seu método de pesquisa induz o mundo da ciência a formular e resolver equações diferenciais. Dissemina-se o entendimento de que cada investigador, que representa um sistema físico por uma equação diferencial, desde que efetue medidas precisas do seu estado presente, pode inferir toda a evolução do sistema. A linha norteadora das pesquisas é o conceito de lei quantitativa: a função matemática. Estabelece-se um modo de construir conhecimento, seguindo a concepção de que a natureza deve ser modelada por meio de equações diferenciais. Stewart sintetiza tal abordagem tradicional, que denomina *tente-uma-fórmula*, esclarecendo que “se uma equação pode ser resolvida por meio de uma fórmula, suas soluções se comportarão ipso facto de maneira regular e analisável. É o que as fórmulas garantem. E quem pensa que a dinâmica é uma questão de encontrar fórmulas para a solução de equações diferenciais, terá uma matemática capaz de estudar apenas o comportamento regular. Sairá em busca de problemas a que seus métodos possam se adequar e ignorará o resto” (STEWART, 1991, p. 65).

No mundo da ciência ocidental moderna fica estabelecido que na natureza tudo é quantitativo, possível de ser medido e regido por um pequeno número de leis matemáticas simples e imutáveis. “A modernidade se deu com a incorporação do raciocínio quantitativo, possível graças à aritmética [tica = arte + aritmos = números] feita com algarismos indo-arábicos e, posteriormente, com as extensões de Simon Stevin [decimais] e de John Neper [logaritmos], culminando com os computadores. Nessa evolução foi privilegiado o raciocínio quantitativo, que pode ser considerado a essência da modernidade” (D’AMBROSIO, 2001, p.29).

Os princípios da ciência moderna imperam de modo absoluto por três séculos, sendo entendido como científico apenas o que obedece aos critérios de mensuração e repetição, objetivando controle e previsibilidade. Nas civilizações ocidentais, no estudo dos fenômenos da natureza efetuados sob os postulados da ciência moderna, construída a partir de Galileu, os bem sucedidos conceitos e métodos da física newtoniana são adotados por estudiosos de outras áreas do conhecimento, como as humanas, almejando que suas pesquisas adquiram caráter científico. Porém, o método newtoniano, apesar de possibilitar grandes avanços nas ciências físico-químicas, apresenta limitações quando aplicado às ciências humanas.

Ao final do século XIX, são atingidas as fronteiras das possibilidades de aplicação dos métodos quantitativos nas questões relacionadas à dinâmica. *“Algumas questões não respondidas, como a do movimento de três corpos sob a gravidade, ficaram notórias por sua impenetrabilidade. Mas de alguma maneira tais equações passaram a ser vistas como exceções, quando uma avaliação mais honesta as apresentaria como regras”* (STEWART, 1991, p. 46). O problema dos três corpos se relaciona com uma das idealizações da mecânica newtoniana: considerar partículas elásticas e duras, sendo que a colisão de duas partículas faz com que ricocheteeiem com velocidades e ângulos bem determinados. Porém, os resultados da colisão de três partículas não podem ser obtidos com a utilização das leis de Newton. *“Retrospectivamente, podemos ver que o determinismo da física pré-quântica só se salvou da bancarrota ideológica mantendo à distância as três bolas, postas no penhor”* (STEWART, 1991, p. 47).

Henri Poincaré (1860 - 1934) se dedica ao problema dos três corpos, quando, em 1887, o rei Oscar II da Suécia oferece um prêmio para quem respondesse uma pergunta fundamental da astronomia: *O Sistema Solar é estável?* Poincaré não consegue resolver a questão, mas recebe o prêmio pelos avanços que efetua. A obra premiada de Poincaré intitula-se *Sobre o problema dos três corpos e as equações da dinâmica*, onde apresenta propriedades das equações dinâmicas e aplica os resultados a corpos movendo-se sob a gravitação newtoniana. Para isso, cria um novo ramo da Matemática, em sua época conhecido com *analysis situs* e atualmente denominado *topologia*. Poincaré substitui *“os métodos quantitativos, precisos, mas limitados, por métodos qualitativos, que levam mais longe, mas fornecem uma imagem menos distinta. A posição histórica de Poincaré é ter sido um mestre dos primeiros e um inventor dos segundos. Ele será pois o mais incisivo crítico dos métodos quantitativos e o grande precursor dos métodos qualitativos”* (EKELAND, 1993, p. 48).

A *topologia*, estudo geral da continuidade, pode ser descrita simploriamente como a geometria das deformações. Por exemplo, tomando um pouco de massa de modelar, podemos modificá-la de modo contínuo, formando uma esfera, um cubo, um cilindro. Para um topólogo, não interessam as medidas dos objetos estudados, mas sim, as propriedades que não se alteram sob transformações. A conexidade é um exemplo, onde interessa se temos uma porção de massa de modelar ou duas. Buracos são objetos topológicos: um biscoito com um buraco no meio e uma xícara de chá são, para o topólogo, a mesma coisa, uma vez que ambos possuem um buraco.

A construção da topologia não é possível com a utilização da linguagem cotidiana e sim, por meio de novos conceitos abstratos. Grande parte dos teoremas centrais da topologia são criados por Poincaré, sendo que ele pesquisa diversos temas que somente a topologia pode resolver, tais como a interrogação do rei Oscar II.

No despoitar do século XX, Poincaré publica seu primeiro livro filosófico, *A Ciência e a Hipótese*, onde discorre sobre o conceito de geometria qualitativa. Ao considerar os instrumentos que os matemáticos colocam nas mãos do pesquisador, analisa

*“uma noção fundamental, a da grandeza matemática. Nós a encontramos na natureza ou somos nós que aí a introduzimos? E, no último caso, não nos arriscamos a tudo falsear? Comparando os dados brutos de nossos sentidos e esse conceito extremamente complexo e sutil que os matemáticos chamam grandeza, somos forçados a reconhecer uma divergência; esse quadro em que queremos tudo introduzir, fomos, então, nós que o construímos”* (POINCARÉ, 1988, p. 17).

Tomando como exemplo a lei de Fechner, segundo a qual a sensação é proporcional ao logaritmo da excitação, Poincaré analisa as experiências que basearam a formulação dessa lei, constatando que elas conduzem para uma conclusão contrária e cita um dado experimental: *“um peso A de 10 gramas e um peso B de 11 gramas produzem sensações idênticas, e, também, que o peso B não podia ser distinguido de um peso C de 12 gramas, mas que se distinguia facilmente, o peso A do peso C. Os resultados brutos da experiência podem, pois, ser expressos pelas seguintes relações:*

$$A = B, B = C, A < C” \text{ (POINCARÉ, 1988, p. 36).}$$

Constata Poincaré que os resultados das experiências de Fechner, resumidos nas fórmulas acima, encerram uma discordância com o princípio da contradição. Para eliminá-la, Poincaré considera *“dois conjuntos quaisquer de sensações. Ou bem poderemos distingui-los um do outro, ou bem não poderemos, do mesmo modo que, nas experiências de Fechner, um peso de 10 gramas podia ser distinguido de um peso de 12 gramas mas não, de um peso de 11 gramas. Não preciso de nada mais para construir o contínuo de várias dimensões”* (POINCARÉ, 1988, p. 41). Partindo desses dados, Poincaré define a noção de contínuo físico de várias dimensões e deriva a noção de contínuo matemático de  $r$  dimensões, apresentando o novo ramo da matemática

*“que somente se preocupa em saber, por exemplo, se numa curva ABC, o ponto B está entre os pontos A e C e não em saber se o arco AB é igual ao arco BC, ou se é duas vezes maior. É o que chamamos a Analysis Situs. É todo um corpo de doutrina que atraiu a atenção dos maiores geômetras e onde vemos saírem, uns dos outros, toda uma série de teoremas notáveis. O que distingue esses teoremas dos da Geometria comum é que são puramente qualitativos”* (POINCARÉ, 1988, p. 42).

Conceitos topológicos são usados nas descrições científicas relacionadas à área das ciências humanas, tal como em Lacan, discípulo de Freud e reformulador da sua teoria, que retoma o inconsciente freudiano construindo uma concepção estrutural e topológica. Para Freud, o inconsciente é um receptáculo que guarda conteúdos psíquicos em seu interior, concepção que pode ser vinculada às idéias clássicas da geometria euclidiana. Já para Lacan, a metáfora para o inconsciente é o objeto topológico conhecido como *garrafa de Klein* que, seccionada, se transforma em duas *fitas de Moebius*. O inconsciente, para Lacan, é deformável por estar em contínuo envolvimento com o conteúdo que o cria e *“ao mesmo tempo em que está no interior do sujeito, o inconsciente se realiza fora [...] Daí a afirmação de Lacan: A meu ver não há outra definição possível do inconsciente. Meço minhas palavras se digo – é real na medida em que ele é furado”* (KAUFFMANN, 1996, p. 270).

Na contemporaneidade, a proposta de reduzir os fenômenos da natureza a um pequeno número de leis matemáticas não é mais a única linha norteadora de todas as pesquisas científicas. Para Prigogine, prêmio Nobel em Química, no mundo da ciência emerge o entendimento de um universo *“rico de diversidades qualitativas e de surpresas fundamentais. Descobrimos que o diálogo racional com a natureza não constitui mais o sobrevôo desencantado dum mundo lunar [...] Não estamos mais no tempo em que os fenômenos imutáveis prendiam a atenção. Não são mais as permanências que nos interessam antes de tudo, mas as evoluções, as crises e as instabilidades”* (PRIGOGINE, 1991, p. 5).

As últimas décadas do século XX assistem à construção de teorias matemáticas usadas na sustentação da ciência contemporânea. Por exemplo, a teoria do caos tem seus princípios fundamentais estabelecidos no trabalho pioneiro efetuado por Poincaré, o primeiro cientista que lidou com o caos ao oferecer a nova abordagem qualitativa aos problemas da mecânica celeste, estabelecendo *“os fundamentos de uma teoria de sistemas dinâmicos [...] procurava entender as órbitas dos corpos celestes e encontrou o caos”* (LORENZ, 1996, p. 150). Não acontecem progressos na sua época por falta de tecnologia computacional e pelo desinteresse dos pesquisadores em fenômenos irregulares, pois que se buscavam, desde Galileu, leis científicas mecanicistas. A teoria do caos se relaciona com uma nova visão de mundo que, na

contemporaneidade, tem recebido diversas denominações, tais como organísmica, ecológica, sistêmica, holística e

*“falar em abordagem holística sempre causa alguns arrepios [...] assim como falar em transdisciplinaridade, em etnomatemática, em enfoque sistêmico, em globalização e em multiculturalismo [...] todas estas denominações, que causam arrepios são praticamente a mesma coisa. Salvo nuances, todas refletem o amplo esforço de contextualizar nossas ações, como indivíduos e como sociedade, num ideal de paz e de uma humanidade feliz” (D’AMBROSIO, 1996, p. 9).*

Na visão de mundo sistêmica, os fenômenos da vida são entendidos como uma rede de relações que não apresenta alicerces fundamentais.

*“Quando esta abordagem é aplicada à ciência como um todo, ela implica o fato de que a física não pode mais ser vista como o nível mais fundamental da ciência. Uma vez que não há fundamentos na rede, os fenômenos descritos pela física não são mais fundamentais do que aqueles descritos, por exemplo, pela biologia ou pela psicologia. Eles pertencem a diferentes níveis sistêmicos, mas nenhum desses níveis é mais fundamental que os outros” (CAPRA, 1998, p. 48).*

Quanto à concepção de conhecimento, na atualidade, também passa a ser compreendida à moda de uma rede: *“a metáfora do conhecimento como um edifício está sendo substituída pela da rede. Quando percebemos a realidade como uma rede de relações, nossas descrições também formam uma rede interconectada de concepções e de modelos, na qual não há fundamentos. Para a maioria dos cientistas, essa visão do conhecimento como uma rede sem fundamentos firmes é extremamente perturbadora” (CAPRA, 1998, p. 48).*

A visão do mundo como uma rede de inter-relações induz modalidades de investigação diferenciadas da postura tradicional, como, por exemplo, aquela relacionada à construção de Redes de Significação. Nesse modo de pesquisa, a obtenção de dados acontece com a descrição do percebido, sendo que *“a investigação fenomenológica não se reduz à descrição. Ela trabalha com os dados fornecidos pela descrição e vai além, analisando-os e interpretando-os de acordo com critérios de rigor” (BICUDO, 2000, p. 75).* A partir das análises dos dados são obtidos os invariantes abrangentes, as *categorias abertas*, as quais revelam as grandes convergências, expostas segundo a configuração da Rede, explicitando núcleos para os quais convergem os sentidos. Esclarece Bicudo que

*“a Rede de Significações não é composta de pontos, constituídos por conceitos, que se interligam formando a trama. Mas cada nó da rede expressa a experiência vivida que comporta círculos ou turbilhões no interior dos quais cada elemento é representativo de todos os outros e traz como que vetores que o ligam a eles. A experiência vivida, ao ser expressa, e somente assim pode se constituir parte da rede, deixa a marca do sentido percebido pela pessoa e, ao mesmo tempo, a marca da história e da cultura por meio de sistemas constituídos de expressão” (BICUDO, 2000, p. 97).*

Redes se estendem em todas as direções, ou seja, uma de suas características é a não-linearidade: as relações num padrão de redes são relações não-lineares. A interconexidade das redes é uma das características dos fenômenos da vida e na segunda metade do século XX, desenvolvem-se pesquisas relacionadas com o entendimento de que o padrão da vida é um padrão de rede capaz de auto-organização. Padrões *“não podem ser medidos nem pesados; eles devem ser mapeados. Para entender um padrão, temos de mapear uma configuração de relações. Em outras palavras [...] o padrão envolve qualidades” (CAPRA, 1998, p. 77).*

Em diversas áreas do conhecimento, entre pesquisadores de vários países, desde meados do século XX,

*“tem emergido uma nova linguagem, voltada para o entendimento dos complexos e altamente integrativos sistemas de vida. Cada cientista deu a ela um nome diferente – ‘teoria dos sistemas dinâmicos’, ‘teoria da complexidade’, ‘dinâmica não-linear’, ‘dinâmica de rede’, e assim por diante. Atratores caóticos, fractais, estruturas dissipativas, auto-organização e redes autopoieticas são algumas de suas concepções-chave”* (CAPRA, 1998, p. 19).

A nova matemática é *“uma matemática de relações e de padrões. É mais qualitativa do que quantitativa e, desse modo, incorpora a mudança de ênfase característica do pensamento sistêmico – de objetos para relações, da quantidade para a qualidade”* (CAPRA, 1998, p. 99). O novo conjunto de conceitos e de técnicas para se lidar com a complexidade não tem uma denominação definitiva, sendo mais populares as denominações *Matemática do Caos* ou *Nova Matemática da Complexidade*. Tecnicamente, no meio científico, essa matemática é denominada *“teoria dos sistemas dinâmicos”, ‘dinâmica dos sistemas’, ‘dinâmica complexa’ ou ‘dinâmica não-linear’*. Para evitar confusões, é útil ter sempre em mente o fato de que a *teoria dos sistemas dinâmicos não é uma teoria dos fenômenos físicos, mas sim, uma teoria matemática cujos conceitos e técnicas são aplicados a uma ampla faixa de fenômenos”* (CAPRA, 1998, p. 99).

A matemática do caos, em fase de construção, abre um leque de possibilidades para a pesquisa científica e tem sido aplicada em diferentes áreas:

*“Fluxo turbulento de fluidos, inversões do campo magnético da Terra, irregularidades do batimento cardíaco, os padrões de convecção do hélio líquido, as acrobacias de corpos celestes, lacunas no cinturão de asteróides, o crescimento de populações de insetos, o pingar de uma torneira, o curso de uma reação química, o metabolismo de células, as mudanças atmosféricas, a propagação de impulsos nervosos, oscilações de circuitos eletrônicos, o movimento de um barco preso a uma bóia, o ricochetear de uma bola de bilhar, as colisões de átomos num gás, a incerteza subjacente à mecânica quântica – este são alguns dos problemas a que a matemática do caos tem sido aplicada”* (STEWART, 1991, p.9).

Focando as pesquisas em Ecologia, já os primeiros cientistas dessa área constatarem que os modelos matemáticos clássicos, relacionados aos fenômenos regulares, passíveis de tratamento quantitativo, são longínquas aproximações dos complexos fenômenos da Natureza. Pesquisadores dessa área investigam os movimentos de crescimento, decrescimento e extinção de populações, os modos como interagem presas e predadores, a maneira pela qual difunde-se uma doença epidêmica.

Seguindo os pressupostos da ciência moderna,

*“a hipótese convencional é que, se a população é muito pequena, ela se multiplicará livremente, produzindo uma população bem maior, mas ainda bastante pequena, no próximo ano. Se ela é grande, ela irá se reproduzir ainda mais, mas não haverá alimento suficiente para mantê-la viva, e novamente no próximo ano a população será pequena. Então, um ano com população maior deverá ser sucedido por um ano com uma população de tamanho médio”* (LORENZ, 1996, p. 181).

Porém, os ecologistas percebem que, por exemplo, na interação entre diferentes espécimes e na disseminação de epidemias, os dados fornecidos pelas observações mostravam um comportamento diferenciado. Dificuldades surgem na busca de modelos matemáticos que descrevam tais situações, uma vez que as equações disponíveis, sustentadoras das teorias da Física, se revelam inadequadas para descrever a complexidade dos fenômenos da vida.

Conhecedores das limitações dos modelos matemáticos utilizados pelos físicos, os ecologistas reconhecem a possibilidade de utilização de idéias que, para os matemáticos

clássicos são apenas abstrações excêntricas. No decorrer da criação da ciência moderna, coleções de dados irregulares obtidas nas mais diversas experimentações, eram explicadas, por exemplo, como consequência da pouca precisão de aparelhos, sendo abandonada a pesquisa.

Equações matemáticas que produzem comportamento irregular, despertam interesse entre os ecologistas, pois revelam associações com a biologia populacional. Entre as investigações nessa área, na década de 1970, “*está o trabalho pioneiro em dinâmica da população, iniciado na Universidade de Princeton, pelo biólogo-matemático Robert-May. [...] May achava que, para uma taxa adequada de multiplicação e morte por inanição, o tamanho da população flutuaria caoticamente*” (LORENZ, 1996, p. 181).

Em sua investigação sobre a dinâmica populacional de limântrias, May verifica que, de modo similar a outros insetos, o número de indivíduos de um determinado ano depende do seu número no ano anterior. Variações anuais são significativas uma vez que tais insetos limitam-se a uma única época do ano para reproduzirem-se, de modo que as gerações ficam diferenciadas, não acontecendo gerações que se sobrepõem. No caso da equação que May utiliza em suas investigações sobre dinâmica populacional, não prevalece a lógica que perpassa o pensamento científico clássico, a saber, que pequenos insumos produzem pequenas diferenças e grandes insumos produzem grandes modificações. O modelo estudado por May apresenta *sensibilidade às condições iniciais*, denominação técnica do *efeito borboleta* detectado pelo trabalho pioneiro de Lorenz: uma propriedade essencial dos fenômenos caóticos.

Até o advento da teoria do caos, o entendimento vigente entre os cientistas é de, como medições absolutamente perfeitas não podem efetuadas, sendo determinadas, de modo aproximado, as condições iniciais de um sistema e sendo conhecidas as leis que o norteiam, pode-se calcular o comportamento aproximado desse sistema. Em outras palavras, diferenças pequenas podem ser desconsideradas, como por exemplo, no cálculo da trajetória de um astro celeste, onde um pequeno erro na medição de sua posição, em um momento inicial considerado, acarreta um pequeno erro na previsão de sua posição em outro momento.

Aceitando o determinismo das leis física newtonianas, Edward N. Lorenz investiga as equações matemáticas para modelar o clima atmosférico, objetivando a elaboração de previsões meteorológicas adequadas. Sua pesquisa se funda no entendimento de que, uma vez encontradas as leis que regem o clima, seria possível prever o tempo com precisão e controlá-lo. Entendiam os meteorologistas que, se é possível o cálculo de trajetórias de planetas, se podem ser feitas excelentes previsões de eclipses e de marés oceânicas, então também seria possível modelar matematicamente o clima.

Lorenz escolhe equações que expressavam relações tais como, entre pressão atmosférica e temperatura, entre pressão e velocidade do vento e de correntezas marítimas, enfim, colocando em prática as leis de Newton. Com as condições atmosféricas simuladas no seu primitivo computador, um emaranhado de fios e válvulas, Lorenz imprimia uma série de símbolos que representavam, por exemplo, correntezas marítimas e ventos em diferentes direções. Observa que as repetições não são precisamente iguais, mas que, as alterações formavam um padrão, ciclos repetindo-se sem serem exatamente os mesmos.

No inverno de 1961, ao refazer uma seqüência, ao invés de reiniciar desde o princípio, digitou números diretamente da impressão anterior e, partindo do pressuposto que um arredondamento dos números não faria diferença, digitou 0,506 ao invés do número 0,506127, esperando que a nova seqüência fosse idêntica àquela anteriormente obtida. Em seu sistema de equações deterministas, esperava que uma pequena diferença nas condições iniciais produzisse uma mínima variação. Porém, ao examinar a nova seqüência, Lorenz viu sua nova simulação computacional do clima atmosférico divergir rapidamente da anteriormente obtida. No sistema específico de equações que usava, pequenas diferenças transformavam-se rapidamente em resultados catastróficos – um fenômeno que recebeu a denominação técnica *dependência sensível das condições iniciais*, uma das principais características do que veio a ser chamada, popularmente, de teoria do caos.

Lorenz passou a pesquisar sistemas que apresentam repetição, mas nunca de um modo exatamente igual, sistemas que não evoluem para um regime estacionário. Lorenz não constata apenas aleatoriedade em alguns modelos matemáticos específicos, mas vai identificar estruturas geométricas que revelam ordem na desordem.

Os trabalhos pioneiros de May e de Lorenz superam o enfoque meramente quantitativo e buscam padrões ordenados, passíveis de descrição qualitativa. Matematicamente, trata-se de pesquisas que se relacionam com processos iterativos. Iterar, em geral, significa repetir. Processos iterativos acontecem em diversas situações. Por exemplo, uma experiência para avaliar a qualidade de um medicamento pode ser repetida muitas vezes com o objetivo de verificar se os resultados são os mesmos; em biologia, o processo de divisão celular é repetitivo; operações bancárias envolvendo juros são iterativas; os gregos usaram iteração para obter melhores aproximações para o valor de  $\pi$ . Podem ser iteradas expressões algébricas ou construções geométricas, sendo que com iteração geométrica é efetuada a construção dos objetos matemáticos conhecidos como *fractais*.

Apesar das abordagens qualitativas, em diferentes áreas do conhecimento, com aquelas tomadas como exemplos no presente trabalho, o entendimento da pesquisa quantitativa como sendo a única que é verdadeiramente científica ainda encontra respaldo em órgãos de fomento e no mundo acadêmico. Tal postura se consolidará nas próximas gerações caso os currículos escolares continuarem a focar apenas a face quantitativa da Matemática. A abordagem de conteúdos matemáticos relacionados com a constituição da ciência contemporânea, contemplando os aspectos históricos, possibilita que uma nova visão de mundo se estabeleça. Essa nova postura diante do mundo se funda no entendimento do universo, não reduzido aos processos quantitativos relacionados com mensuração, previsibilidade e controle, mas como sendo uma rede de interligações onde se destacam os aspectos qualitativos, ligados aos padrões de organização das redes. Em outras palavras, trata-se da superação da metáfora da máquina, vinculada à ciência moderna, emergindo a metáfora da rede, vinculada às ciências contemporâneas.

**Palavras-chave:** matemática qualitativa, matemática quantitativa

## BIBLIOGRAFIA

- BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. *Fenomenologia: Confrontos e Avanços*. São Paulo: Cortez, 2000.
- CAPRA, Fritjof. *A Teia da Vida: Uma Nova Compreensão dos Sistemas Vivos*. São Paulo: Cultrix, 1998.
- CAPRA, Fritjof. *Ponto de Mutação: a Ciência, a Sociedade e a Cultura Emergente*. São Paulo: Cultrix, 2000.
- D'AMBROSIO, Ubiratan. *Etnomatemática: elo entre as tradições e a modernidade*. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.
- D'AMBROSIO, Ubiratan. *Educação Matemática: da Teoria à Prática*. Campinas: Papirus, 1996.
- EKELAND, Ivar. *A Matemática e o Imprevisto*. Lisboa: Gradiva, 1993.
- EVES, Howard. *Introdução à História da Matemática*. Campinas: Editora da UNICAMP, 1995.
- KAUFMANN, Pierre. *Dicionário Enciclopédico de Psicanálise – o legado de Freud e Lacan*. Rio de Janeiro: Zahar, 1996.
- LORENZ, Edward N. *A Essência do Caos*. Brasília: Editora Universidade de Brasília, 1996.
- MERLEAU-PONTY, Maurice. *A Natureza*. São Paulo: Martins Fontes, 2000.
- POINCARÉ, Henri. *A Ciência e a Hipótese*. Brasília: Editora Universidade de Brasília, 1988.
- PRIGOGINE, Ilya; STENGERS, Isabelle. *A Nova Aliança – Metamorfose da Ciência*. Brasília: Editora Universidade de Brasília, 1991.
- STEWART, Ian. *Será que Deus joga dados? A nova Matemática do Caos*. Rio de Janeiro: Zahar, 1991.

Tânia Baier  
e-mail: baier@furb.br